1

Determinar el radio del círculo

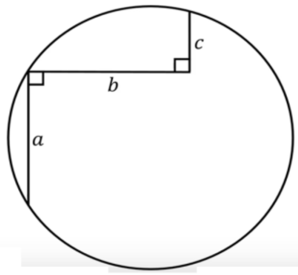


Figura 1

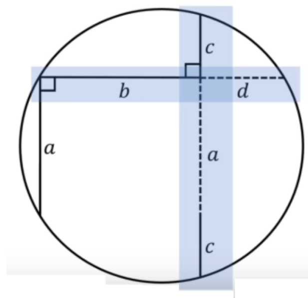


Figura 2

Solución

Duplicar el tramo "a" a continuación del tramo "c", y ubicarlo como se muestra en la línea segmentada de la Fifura 2.

Duplicar el tramo "c" a continuación del nuevo tramo "a". Por simetría, los tramos "a", "b" y "c" quedan como se muestra en la Figura 2.

Agregar el tramo "d" según se muestra en la figura.

2

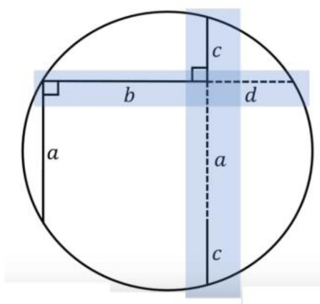


Figura 2

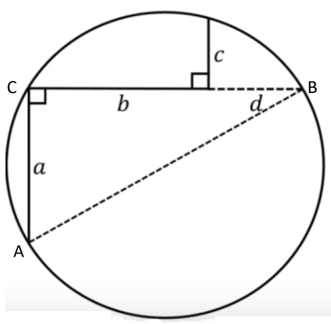
Por el teorema de las cuerdas que se cortan en una circunferencia, cumple que:

$$b \cdot d = c \cdot (a + c)$$

y

$$d = \frac{c \cdot (a + c)}{b}$$

3



Trazar la cuerda AB

Como el triángulo ABC es rectángulo, la cuerda AB resulta se un diámtro del círculo.

Esto es

$$AB = 2 \cdot r$$

con "r" el radio buscado.

Aplicando el teorema de Pitágoras

$$a^2 + (b + d)^2 = (2 \cdot r)^2$$

Reemplazando

$$d = \frac{c \cdot (a + c)}{b}$$

$$a^2 + \left(b + \frac{c \cdot (a + c)}{b}\right)^2 = 4 \cdot r^2$$

$$a^2 + \left(\frac{b^2 + c \cdot (a + c)}{b}\right)^2 = 4 \cdot r^2$$

4

$$\frac{a^2 b^2 + b^4 + 2b^2 c \cdot (a + c) + c^2 (a^2 + 2ac + c^2)}{b^2} = 4 \cdot r^2$$

A partir de aquí, con simplificaciones algebraicas apropiadas, se obtiene la solución para "r".

Nota.

El editor no permite ecuaciones muy grandes.

$$\frac{a^2 b^2 + b^4 + 2b^2 c \cdot (a + c) + c^2 (a^2 + 2ac + c^2)}{b^2}$$

$$\frac{(b^2 + c^2) \cdot (b^2 + (a + c)^2)}{b^2} = 4 \cdot r^2$$

$$r = \frac{\sqrt{(b^2 + c^2) \cdot (b^2 + (a + c)^2)}}{2b}$$

detalle algebraico omitido arriba

$$d = \frac{c(a+c)}{b} \qquad a^2 + (b+d)^2 = (2r)^2$$

$$a^2 + \left(b + \frac{c(a+c)}{b}\right)^2 = (2r)^2$$

$$\frac{a^2b^2}{b^2} + \left(\frac{b^2 + c(a+c)}{b}\right)^2 = 4r^2$$

$$\frac{a^2b^2 + b^4 + 2ab^2c + b^2c^2 + b^2c^2 + a^2c^2 + 2ac^3 + c^4}{b^2} = 4r^2$$

$$d = \frac{c(a+c)}{b} \qquad a^2 + (b+d)^2 = (2r)^2$$

$$\frac{a^2b^2 + b^4 + 2ab^2c + b^2c^2 + b^2c^2 + a^2c^2 + 2ac^3 + c^4}{b^2} = 4r^2$$

$$b^2(a^2 + b^2 + 2ac + c^2) = b^2(b^2 + (a+c)^2)$$

$$c^2(b^2 + a^2 + 2ac + c^2) = c^2(b^2 + (a+c)^2)$$

$$\frac{(b^2 + c^2)(b^2 + (a+c)^2)}{b^2} = 4r^2$$

Since $r > 0$, take the positive square root.

$$r = \frac{\sqrt{(b^2 + c^2)(b^2 + (a+c)^2)}}{2b}$$