1

1..- Determinar el lado del triángulo equilátero correspondiente al cuadrado de igual área

Lado "x" del triángulo equilátero con un área igual a la de un cuadrado de lado "a"

El área de un triángulo equilátero de lado "x" es

$$A_t = \frac{1}{2} \cdot x \cdot h$$

$$h = x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$A_t = \frac{1}{2} \cdot x \cdot x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$A_t = x^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \qquad \text{Ec. (a)}$$

Área del cuadrado

$$A_c = a^2 \qquad \text{Ec. (b)}$$

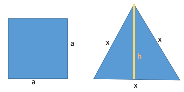
Igualando las ecuaciones (a) y (b)

$$x^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = a^2$$

$$x \cdot \frac{3^{1/4}}{2} = a$$

$$x = \frac{2}{3^{1/4}} \cdot a \qquad \text{Ec. (c)}$$

$$x = 1.51967 \cdot a$$

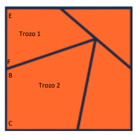


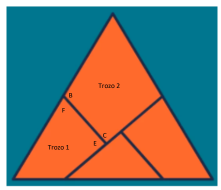
$$x = \frac{2}{3^{1/4}} \cdot a \qquad \text{Ec. (c)}$$

2

2.- Utilizando el modelo de la partición propuesta, se trazan el cuadrado y el triángulo

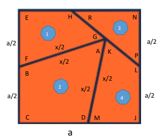
Las figuras solo muestran la forma en que se proponen los cortes y cómo debería ser la disposicón en ambos casos.
La demostración compara los trozos en ambos casos y deduce los requisitos que se deben cumplir para que la transformación sea posible (si es que es posible).
A modo de ejemplo;
En el triángulo se muestra que se debe cumplir que FE = BC
Llevado esto al cuadrado, esto implica que el lado EC está dividido en partes iguales.
Así, EF = a/2

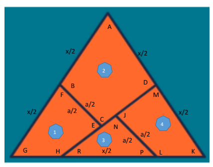




3

3.- Se identifican los trozos usando letras mayúsculas en las esquinas





En el cuadrado se identifican los cuatro pedazos en los que este se subdivide :
Cuadrilátero FEHG
Cuadrilátero MJLK
Cuadrilátero CDAB
Triángulo RPN
En el triángulo se identifican los pedazos de acuerdo al nombre que tienen en el cuadrado.

4

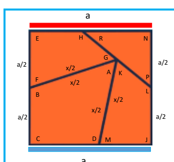
4.- Análisis
En la figura del triángulo :
FE = BC
En el cuadrado, FE = BC
implica que el lado EC está dividido en dos parte iguales.
Esto es, EF = a/2
BC = a/2

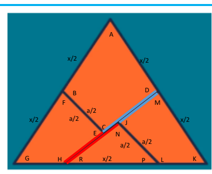
En forma similar,
NP = JL
NP = a/2
LJ = a/2

En el cuadrado FG = BA
y en el triángulo FG = BA
implica que el lado queda dividido en dos partes :
AB = x/2
BG = x/2
Similarmente
AD = x/2
DK = x/2

En el triángulo AGK, donde "x" es el lado del triángulo equilátero,
$GH + RP + LK = x$
$(HG + KL) + RP = x$
En el cuadrado
$(HG + KL) = RP$
reemplazando
$RP + RP = x$
$RP = \frac{x}{2}$

5





En el cuadrado
$EH + RN = a$ Ec.(1)
$CD + MJ = a$ Ec.(2)
Sumando ecuaciones (1) y (2)
$EH + RN + CD + MJ = 2 \cdot a$
o también
$(DC + EH) + (RN + JM) = 2 \cdot a$
En el triángulo
$(DC + EH) = DH$ y
$(RN + JM) = RM$
luego
$DH + RM = 2 \cdot a$
Pero $DH = RM$
reemplazando, se tiene
$DH + DH = 2 \cdot a$
$2 \cdot DH = 2 \cdot a$
$DH = a$

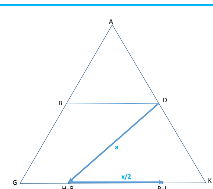
6

En triángulo AGK
B es punto medio de AG
D es punto medio de AK
Se demostró que
DH = a
Trazar círculo con centro en D y radio "a" que corta AK en punto H (= R)

Unir los puntos H y R para formar el trazo H

Se demostró que
RO = x/2
Trazar círculo con centro en "R" y radio x/2.
El círculo intersecta RK en el punto P (= L)

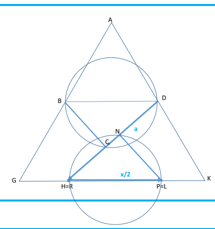
A



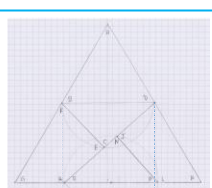
7

Triángulo BDC es rectángulo. Luego el vértice "C" se encuentra en el arco del semicículo de diámetro BD.
El semicírculo corta el trazo CH en el punto C.
Trazar BC.

Triángulo RPN es rectángulo. Luego el vértice "N" se encuentra en el arco del semicículo de diámetro RP.
El semicírculo corta el trazo CH en el punto N.
Trazar PN



8



Se ha demostrado que los cuatro trozos se pueden reubicar manteniendo su forma y dimensiones.